

# CORSO DI AERODINAMICA NUMERICA

## Elenco delle lezioni svolte nell'Anno Accademico 2020/2021

- 28/9 Modalità di svolgimento del corso e dell'esame. Principali obiettivi. Introduzione alla fluidodinamica numerica. Approccio teorico, numerico, sperimentale alla soluzione di problemi di fluidodinamica.
- 29/9 Reticoli di calcolo strutturati e non strutturati. Approssimazione del dominio di soluzione. Discretizzazione della variabile dipendente e dell'equazione differenziale. Presenza di differenti scale nelle soluzioni. Scale caratteristiche e turbolenza. Equazioni in forma integrale e in forma differenziale. Forma conservativa e forma non conservativa.
- 2/10 Classificazione delle eq. differenziali alle derivate parziali del secondo ordine. Condizioni ausiliarie per eq. iperboliche, paraboliche ed ellittiche. Problema ben posto. Discussione su alcune equazioni prototipo per le diverse tipologie di equazioni differenziali. Comportamento fisico della soluzione per le diverse equazioni. Molteplicità delle soluzioni. Instabilità.
- 
- 5/10 Passi per ottenere la soluzione numerica: discretizzazione del dominio di soluzione e dell'equazione. Trasformazione di coordinate. Approssimazione delle derivate mediante sviluppo in serie di Taylor.
- 6/10 Formule per approssimare le derivate prime (centrate, in avanti, indietro). Accuratezza delle formule alle differenze finite. Approssimazione della derivata seconda con formula centrata a tre punti. Metodo generale per ricavare formule approssimate alle D.F. Modello numerico: errori. Perdita di cifre significative.
- 9/10 Effetto degli errori di troncamento e di arrotondamento. Valutazione della convergenza per funzioni lisce oppure con gradienti elevati. Rappresentazione della soluzione nello spazio dei numeri d'onda. Analisi dell'errore nello spazio dei numeri d'onda. Numero d'onda modificato. Interpretazione del comportamento della soluzione numerica tramite il n.o. modificato.
- 
- 12/10 Approssimazione alle Differenze Finite dell'eq. diff. ord.  $d^2a/dx^2=N(x)$  Soluzione di sistemi di equazioni algebriche. Algoritmo di Thomas per matrici tridiagonali.
- 13/10 Consistenza, stabilità e convergenza. Teorema di Lax. Modello matematico per l'eq. di diffusione; variabili discretizzate e approssimazione della PDE. Approssimazione alle D.F. dell'eq. di Fourier: schema esplicito FTCS Analisi di consistenza per lo schema FTCS per l'equazione di Fourier.
- 16/10 Analisi di consistenza: equazione modificata. Analisi di stabilità: metodo di Von Neumann. Analisi di stabilità con il metodo di Von Neumann per l'equazione di Fourier: applicazione allo schema FTCS.
- 
- 19/10 Interpretazione fisica dell'instabilità. Comportamento dell'errore. Soluzione numerica dell'equazione di Fourier con metodo esplicito FTCS. Schemi di Richardson e di Du Fort-Frankel.
- 20/10 Calcolo della soluzione dell'eq. di Fourier con lo schema implicito BTCS. Analisi di stabilità per lo schema BTCS. Schemi espliciti a 3 livelli di tempo. Schemi impliciti: Crank-Nicolson, generalizzato a 2 livelli. Schemi espliciti ed impliciti a 3 livelli di tempo. Estrapolazione di Richardson.
- 23/10 Revisione del lavoro svolto e discussione dei risultati.
- 
- 26/10 Condizioni al contorno alla Neumann per l'equazione di Fourier: approssimazione alle D.F. con schemi espliciti al primo ed al secondo ordine. Condizioni di periodicità.

- 27/10 Equazione di Fourier 2D: discretizzazione del dominio e soluzione numerica con Equazione di Fourier 2D: soluzione numerica con schema Mitchell e Griffiths. Equazione di Fourier 2D: Metodi implicito BTCS, ADI. Imposizione delle condizioni al contorno per lo schema ADI. Metodo della Fattorizzazione Approssimata. Delta Form.
- 
- 30/10 Revisione del lavoro svolto e discussione dei risultati.
- 
- 2/11 Equazione differenziale ordinaria con perturbazione regolare o singolare. Soluzione dell'eq. differenziale ordinaria  $\epsilon u'' + u' = 1$  con e senza trasformazione di coordinate. Trasformazione di coordinate (stretching). Calcolo delle derivate prime e seconde. Uso della trasformazione di coordinate nella soluzione di problemi di aerodinamica. Commenti e discussione sugli effetti della trasformazione e della scelta dei parametri.
- 3/11 Soluzione del flusso all'interno di un condotto rettangolare. Equazioni ellittiche: metodi diretti e metodi iterativi. Soluzione numerica con i metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel.
- 
- 6/11 Revisione del lavoro svolto e discussione dei risultati.
- 
- 9/11 Equazioni ellittiche: soluzione numerica con il metodo S.O.R. Valutazione del parametro ottimo per il metodo SOR.
- 10/11 Cenni su altri metodi numerici di soluzione (line S.O.R., ADI, forma parabolizzata). Metodi multi-grid.  
Equazione di convezione lineare 1D: comportamento fisico della soluzione. Discretizzazione con schema FTCS.
- 
- 13/11 Revisione del lavoro svolto e discussione dei risultati.
- 
- 16/11 Calcolo della soluzione numerica con schemi al primo ordine: FTCS, Upwind e Lax-Friedrichs. Schemi di soluzione numerica al secondo ordine: schema esplicito Lax-Wendroff,
- 17/11 schema implicito: Crank-Nicolson. Analisi dell'errore nello spazio dei numeri d'onda. Analisi del comportamento della soluzione per alcune equazioni prototipo. Errore di dispersione e di diffusione.
- 
- 20/11 Revisione del lavoro svolto e discussione dei risultati.
- 
- 23/11 Equazione di convezione lineare-diffusione stazionaria: numero di Reynolds di cella e oscillazioni nella soluzione, viscosità artificiale.
- 24/11 Equazione di convezione lineare-diffusione 1D: Soluzione numerica con schemi FTCS, upwind, Crank-Nicolson. Equazione modificata per i vari schemi ed effetti collegati.
- 
- 27/11 Revisione del lavoro svolto e discussione dei risultati.
- 
- 30/11 Equazione di Burgers (viscosa e non). Comparsa di nuovi numeri d'onda, discontinuità, aliasing. Scrittura delle equazioni in forma conservativa e non conservativa.
- 1/12 Equazione di Burgers: schemi espliciti FTCS (forma non conservativa e conservativa) e Lax-Wendroff. Schema implicito Crank-Nicolson. Linearizzazione del termine convettivo alla Adams-Bashforth. Equazione di Burgers: soluzione nello spazio dei numeri d'onda; equazione dell'energia, scale spaziali e cascata dell'energia.
- 
- 4/12 Revisione del lavoro svolto e discussione dei risultati.
- 
- 7/12 Soluzione delle equazioni di Navier-Stokes. Formulazione del sistema di equazioni della fluidodinamica in variabili primitive. Formulazione in variabili derivate (vorticità e funzione di corrente). Condizioni al contorno per la funzione di corrente. Condizioni al contorno per la vorticità.

- 11/12 Calcolo della pressione. Calcolo delle forze. Soluzione numerica del flusso intorno ad un cilindro circolare. Sistema di equazioni in coordinate polari. Procedura di soluzione numerica nel piano trasformato con trasformazione di coordinate log-polare. Calcolo della pressione sul corpo. Calcolo delle forze. Analisi fisica del rilascio di vorticità a valle del cilindro circolare. Scia di Karman. Frequenza di oscillazione delle forze: numero di Strouhal.
- 
- 14/12 Riepilogo delle caratteristiche principali della procedura di soluzione numerica in variabili derivate per le equazioni di Navier-Stokes. Metodo di soluzione esplicito e implicito. Condizioni al contorno e dimensioni del dominio. Instabilità e perturbazione.
- 15/12 Metodo spettrale per la soluzione dell'equazione di Poisson. Soluzione numerica in variabili primitive. Metodo dei passi frazionati. Uso di reticoli sfalsati.
- 18/12 Revisione del lavoro svolto e discussione dei risultati.
- 
-