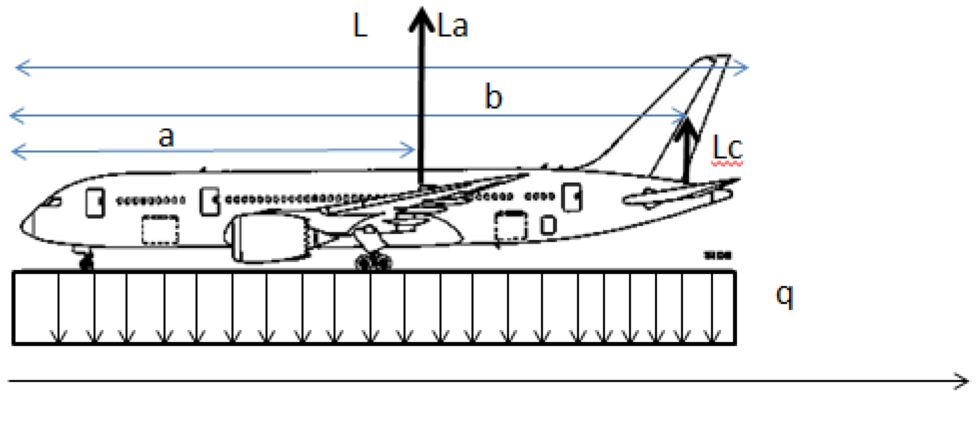
Nome:______________________________ Cognome:__________________________ Data: 16/06/2016

Esercizio N. 1 **Valutazione** /4

1. Si consideri un boeing 787 di lunghezza L = 56m e peso complessivo di W= 2000KN (con distribuzione uniforme q) in volo orizzontale uniforme. Siano assegnate le posizioni dei punti di applicazione, rispetto alla prua, della portanza dell'ala a= 30m e della portanza dei piani di coda b= 50m.



1a. Scrivere le equazioni di equilibrio del velivolo e calcolare i valori della portanza sull'ala L_a e sui piani di coda L_c.

Soluzione
Eq. Traslaszione -W +La+Lc=0
Eq. Rotazione (prua) -L/2 W + a La +b Lc =0.

$$L_c = \left(\frac{WL}{2} - Wa\right) \Big/ (b-a) = \text{-}200000N$$
$$L_a = W - L_c = 2200000N$$

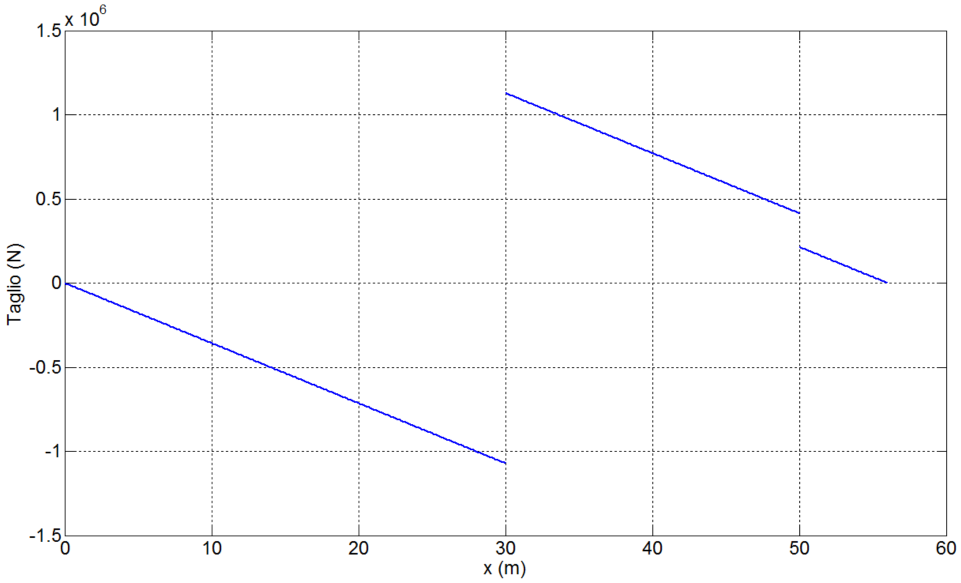
1b. Scrivere l'espressione analitica della distribuzione delle forze taglianti T(x) e dei momenti flettenti M(x) lungo l'asse x della fusoliera, disegnandone l'andamento.

$$0 < x < a : \quad T = -qx$$
$$a < x < b : T = -qx + L_a$$
$$b < x < L : T = -qx + L_a + L_c$$

$$0 < x < a : \quad M = -\frac{1}{2}qx^2$$
$$a < x < b : M = -\frac{1}{2}qx^2 + L_a(x-a)$$
$$b < x < L : M = -\frac{1}{2}qx^2 + (L_a + L_c)x - L_a a - L_c b$$

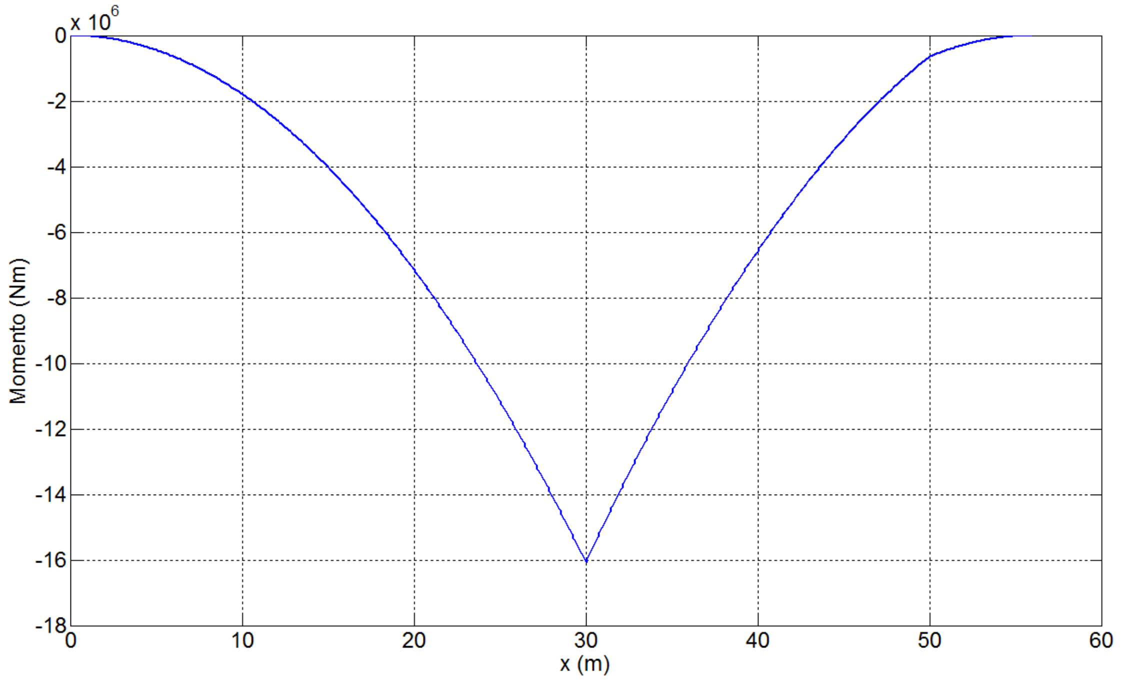
T(x):

Nome:____________________________ Cognome:_________________________ Data: 16/06/2016



M(x):

Nome:______________________________ Cognome:__________________________ Data: 16/06/2016



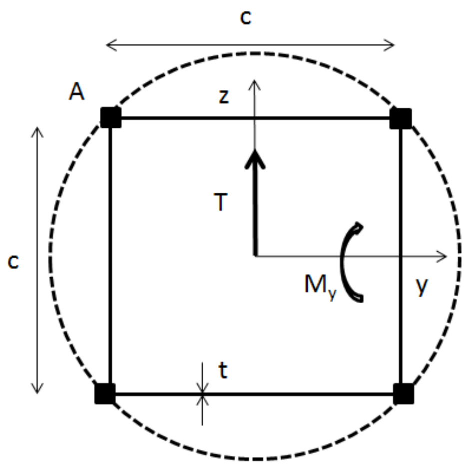
1c. Determinare il valore delle forze di taglio e del momento flettente in corrispondenza di x=L/2:

T = *1e6N* M = *1.4e+07Nm*

Nome:____________________________ Cognome:_________________________ Data: 16/06/2016

Esercizio N. 2	**Valutazione**	/5

Si supponga che la struttura interna della fusoliera, resistente ai carichi, si possa schematizzare come una struttura a guscio quadrata avente ai vertici dei rinforzi longitudinali (correnti) vincolati mediante incastro a due ordinate disposte ad una distanza b= 10m lungo l'asse del velivolo. Il materiale della struttura resistente è in composito E=100Gpa, il lato della sezione quadrata e' c= 4m, le aree dei 4 correnti sono pari a A=20cm^2, e lo spessore sia t=4mm.
Si supponga che tanto i correnti quanto i pannelli contribuiscono alla resistenza flessionale e di taglio della fusoliera.



1) Calcolare i momenti di inerzia della sezione resistente;

$$I_y = I_z = Ac^2 + \frac{2}{3}tc^3 = 0.203m^4$$

2) Calcolare la distribuzione dei flussi di taglio sui 4 pannelli resistenti, disegnandone l'andamento.

Apro in mezzeria del lato orizzontale (punto uno):

$$q_{12}^* = \frac{T_z}{I_y} t \frac{c}{2} s$$

In 2 (prima del corrente): $q_{2^-}^* = \frac{T_z}{I_y} t \frac{c}{2}\frac{c}{2}$

In 2 (dopo il corrente): $q_{2^+}^* = \frac{T_z}{I_y} t \frac{c}{2}\frac{c}{2} + \frac{T_z}{I_y} A \frac{c}{2}$

Lato verticale: $q_{23}^* = q_{2^+}^* - \frac{T_z}{I_y} t \left(-\frac{h}{2}s + \frac{s^2}{2} \right)$

Per simmetria gli altri lati sono tutti determinati. Sempre per simmetria, si può asserire che q0=0, e dunque q*=q.

Nome:____________________________ Cognome:_________________________ Data: 16/06/2016

3) Calcolare il carico di compressione agente sui correnti prodotto dal momento flettente in x = L/2 come calcolato all'esercizio precedente, orientato come in figura.

$$\sigma = \pm \frac{M\left(\frac{L}{2}\right)}{I_y}\frac{c}{2}$$ (+ trazione, - compressione)

Carico: $P = \sigma A = 2.75e5 N$

4) Verificare se il carico di compressione massimo calcolato al punto precedente supera il carico critico dei correnti riportandone la espressione e il valore numerico. Calcolare quale dovrebbe essere la lunghezza del corrente affinché il carico critico ecceda del 10% il carico di compressione a cui è sottoposto.

Momento di inerzia del corrente: $I_c = \frac{1}{12}A^2$ =3.3333e-07 m4

Carico critico: $P_{cr} = 4\pi^2 \frac{EI_c}{b^2} = 1.3159e4 N$

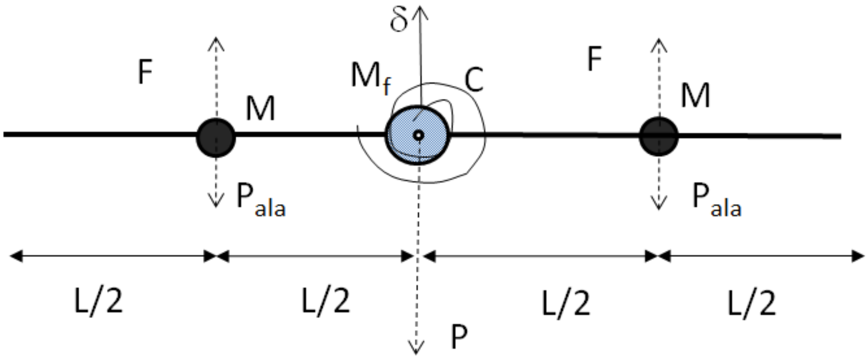
Lunghezza del corrente necessaria affinché il carico critico sia il 10% superiore al carico applicato:

$$b = \sqrt{\frac{4\pi^2 EI_c}{1.1P}} = 2.08 m$$

Nome:____________________________ Cognome:_________________________ Data: 16/06/2016

Esercizio N. 3	**Valutazione**	/7

Si modelli ora l' aeroplano in volo rettilineo uniforme come formato da due semiali (aste rigide di lunghezza L = 25 m con massa concentrata al centro) incernierate tra loro (per semplicità le dimensioni della fusoliera sono trascurate) per mezzo di una molla torsionale di rigidezza C = 1.5x10^7 Nm. Il velivolo è soggetto al sistema di forze rappresentato da due forze di portanza *F* (supposte costanti in direzione e modulo) applicate al centro delle due semiali e tre forze peso relative alle masse concentrate delle due semiali M = 5000 kg e della fusoliera M_f = 10000 kg, come in figura.



1) Ricavare il numero di gradi di libertà del sistema, supponendo di trascurare la dinamica nella direzione orizzontale

Sono 3 gradi di libertà

2) Utilizzando come variabili lagrangiane lo spostamento verticale della fusoliera δ e le rotazioni delle due semiali rispetto all'orizzontale (positive anti-orarie) θ_1 e θ_2, scrivere le espressioni di tutte le energie in gioco, incluso il lavoro delle forze applicate.

$$\boxed{T=\frac{1}{2}M\left(\dot{\delta}-\frac{L}{2}\dot{\theta}_1\right)^2+\frac{1}{2}M\left(\dot{\delta}+\frac{L}{2}\dot{\theta}_2\right)^2+\frac{1}{2}M_f\dot{\delta}^2}$$

$$\boxed{U=\frac{1}{2}C\left(\theta_2-\theta_1\right)^2}$$

$$\boxed{U_{forze}=-L_{forze}=-\left(F-P_{ala}\right)\left(\delta-\frac{L}{2}\theta_1\right)-\left(F-P_{ala}\right)\left(\delta+\frac{L}{2}\theta_2\right)+P\delta}$$

3) Scrivere le equazioni della dinamica forzata del sistema

$$\boxed{\begin{aligned}
&M\left(\ddot{\delta}-\frac{L}{2}\ddot{\theta}_1\right)+M\left(\ddot{\delta}+\frac{L}{2}\ddot{\theta}_2\right)+M_f\ddot{\delta}-2\left(F-P_{ala}\right)+P=0\\
&-\frac{L}{2}M\left(\ddot{\delta}-\frac{L}{2}\ddot{\theta}_1\right)-C\left(\theta_2-\theta_1\right)+\left(F-P_{ala}\right)\frac{L}{2}=0\\
&\frac{L}{2}M\left(\ddot{\delta}+\frac{L}{2}\ddot{\theta}_2\right)+C\left(\theta_2-\theta_1\right)-\left(F-P_{ala}\right)\frac{L}{2}=0
\end{aligned}}$$

Nome:_______________________________ Cognome:___________________________ Data: 16/06/2016

4) Scrivere in forma matriciale le equazioni della dinamica libera del sistema

$$\boxed{\begin{bmatrix} 2M+M_f & -M\frac{L}{2} & M\frac{L}{2} \\ -M\frac{L}{2} & M\frac{L^2}{4} & 0 \\ M\frac{L}{2} & 0 & M\frac{L^2}{4} \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\delta}\\ \ddot{\theta}_1\\ \ddot{\theta}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0&0\\0&C&-C\\0&-C&C\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta\\ \theta_1\\ \theta_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}}$$

5) Ricavare l'espressione delle frequenze proprie e dei rispettivi modi di vibrare del sistema, disegnandoli qualitativamente.

E' evidente che ci saranno tre frequenze proprie, ma che la prima, relativa al moto verticale, sia nulla.
Rimane un sistema 2x2:

$$\boxed{\begin{bmatrix} M\frac{L^2}{4} & 0 \\ 0 & M\frac{L^2}{4} \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\theta}_1\\ \ddot{\theta}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}C&-C\\-C&C\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}}$$

Occorre cercare gli autovalori di:

$$\boxed{\begin{bmatrix} M\frac{L^2}{4} & 0 \\ 0 & M\frac{L^2}{4} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}C&-C\\-C&C\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{4}{ML^2}&0\\0&\frac{4}{ML^2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C&-C\\-C&C\end{bmatrix}=\frac{4C}{ML^2}\begin{bmatrix}1&-1\\-1&1\end{bmatrix}}$$

Il determinante è nullo, quindi ci sarà una seconda frequenza nulla:

$\omega^2 = 0$ e $\omega^2 = \frac{8C}{ML^2}$ = 38.4 rad2/s2

F= 9.8031e-01 Hz

Modi:
[1,0,0]: traslazione verticale rigida;
[0, 1, 1] rotazione rigida
[0, 1, -1] modo elastico (a farfalla)

Nome:___________________________ Cognome:________________________ Data: 16/06/2016

Esercizio N. 4	**Valutazione**	/5
Scrivere l'equazione rappresentativa della dinamica libera delle vibrazioni flessionali con le relative condizioni al contorno, di una trave avente sezione costante di momento di inerzia *I*, massa per unità di lunghezza μ e modulo elastico E, nel caso di condizioni di vincolo incastro-libera in cui all'estremo libero sia presente una massa M		
Esercizio N. 5	**Valutazione**	/5
Descrivere i passaggi fondamentali per la determinazione delle frequenze naturali e dei modi propri di vibrazione dell'esercizio precedente		
Esercizio N. 6	**Valutazione**	/4

Nome:___________________________ Cognome:________________________ Data: 16/06/2016

Nello studio della stabilità di un sistema strutturale il carico critico Pcr si ottiene in corrispondenza di una frequenza di vibrazione nulla. E' possibile? Se sì, quando? Motivare la risposta.