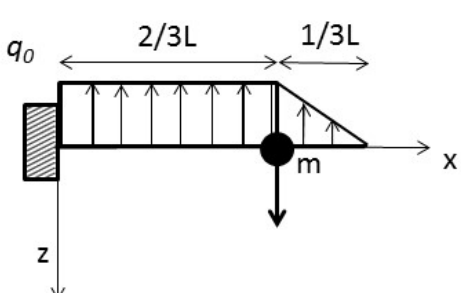


Nome: _____ Cognome: _____ Data: 09/07/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

Esercizio N. 1	Valutazione	/6
<p>Sia data una semiala, modellata come una trave di lunghezza $L=15m$ incastrata nell'estremo di sinistra in $x=0$. Le forze aerodinamiche sono prevalentemente in direzione verticale, modellate come una distribuzione costante fino a $x=(2/3)L$ e come un carico lineare da $x=(2/3)L$ fino alla radice (nullo all'estremo libero). Si supponga che la risultante delle forze aerodinamiche sia pari a $F_a = 75kN$ (diretta verso l'alto). Sulla semiala è presente un motore posto in $x=(2/3)L$, di massa $m=1500kg$. Calcolare l'andamento del taglio e del momento dovuto a tali forze per la semiala in figura, disegnandone qualitativamente l'andamento, considerando la presenza del carico concentrato dovuto al motore m disposto in $x=(2/3)L$. Calcolare in particolare il valore di taglio e momento in $x=2L/3$.</p> <p>Assumendo gli assi come in figura:</p> <p>1a Calcolare le reazioni vincolare all'incastro (formula e valore numerico):</p> <p><i>Considerando che</i> $P_{SEMIALA} = P_{COST} + P_{TRIAN} = \frac{W_{TOT}}{2} = 75kN$</p> $P_{COST} = \int_0^{(2/3)L} q_C(x) dx = \int_0^{(2/3)L} q_0 dx = q_0 \frac{2}{3} L$ <p><i>Per calcolare la risultante del carico triangolare si considera</i></p> $P_{TRIAN} = \int_{(2/3)L}^L q_T(x) dx$ <p><i>Dove</i></p> $q_T(x) = ax + b$ $\begin{cases} x = \frac{2}{3}L & q_T(x) = a\frac{2}{3}L + b = q_0 \\ x = L & q_T(x) = aL + b = 0 \end{cases}$ $a = -3q_0 / L$ $b = 3q_0$ <p><i>Da cui</i></p> $P_{TRIAN} = \int_{(2/3)L}^L q_T(x) dx = \int_{(2/3)L}^L 3q_0 \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx = q_0 \frac{L}{6}$ <p><i>Si ottiene quindi il valore di q_0 come</i></p> $q_0 = \frac{6P_{TOT}}{5L} = 6000N / m$ <p><i>I carichi sono applicati in verso opposto all'asse positivo delle z quindi si assume q_0 negativo</i></p> $q_0 = -6000N / m$		

Nome: _____ Cognome: _____ Data: 09/07/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

Taglio:

$$R_v = -\frac{2}{3}q_0L - \frac{q_0L}{6} - W_M = 60285N \quad \text{con} \quad W_m = m g = 14715N$$

Momento:

$$M_v = \frac{2}{3}q_0L\left(\frac{1}{3}L\right) + \frac{q_0L}{6}\left(\frac{2}{3}L + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}L\right)\right) + W_M \frac{2}{3}L = -327850Nm$$

1.b Scrivere l'espressione analitica della distribuzione delle forze taglianti $T(x)$ e dei momenti flettenti $M(x)$ lungo l'asse x della semiala, disegnandone l'andamento e calcolando il valore in $x = 10m$.

Per $0 \leq x \leq \frac{2}{3}L$

$$T_0 = -R_v$$

$$M_0 = -M_v$$

$$T(x) = T_0 - \int_0^x q_c(x) dx = T_0 - q_0x$$

$$M(x) = M_0 + \int_0^x T(x) dx = M_0 + T_0x - q_0 \frac{x^2}{2}$$

Per $\frac{2}{3}L \leq x \leq L$

$$T(x) = T\left(\frac{2L}{3}\right) - W_M - \int_{(2/3)L}^x q_T(x) dx = T\left(\frac{2L}{3}\right) - \int_{(2/3)L}^x 3q_0\left(1 - \frac{x}{L}\right) dx =$$

$$= T\left(\frac{2L}{3}\right) - W_M + 3q_0\left(\frac{x^2}{2L} - x\right) + \frac{4}{3}q_0L$$

$$M(x) = M\left(\frac{2L}{3}\right) + \int_{(2/3)L}^x T(x) dx = M\left(\frac{2L}{3}\right) + \int_{(2/3)L}^x \left(T\left(\frac{2L}{3}\right) - W_M + 3q_0\left(\frac{x^2}{2L} - x\right) + \frac{4}{3}q_0L\right) dx$$

$$= M\left(\frac{2L}{3}\right) + T\left(\frac{2L}{3}\right)x - W_M x + q_0\left(\frac{x^3}{2L} - \frac{3x^2}{2}\right) + \frac{4}{3}q_0Lx + W_M \frac{2}{3}L - T\left(\frac{2L}{3}\right)\frac{2}{3}L - \frac{10}{27}q_0L^2$$

Verifica taglio $T(L) = 0$

Verifica momento $M(L) = 0$

Nome: _____ Cognome: _____ Data: 09/07/2020

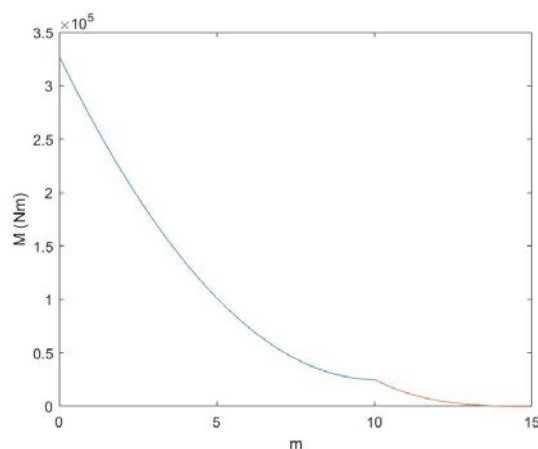
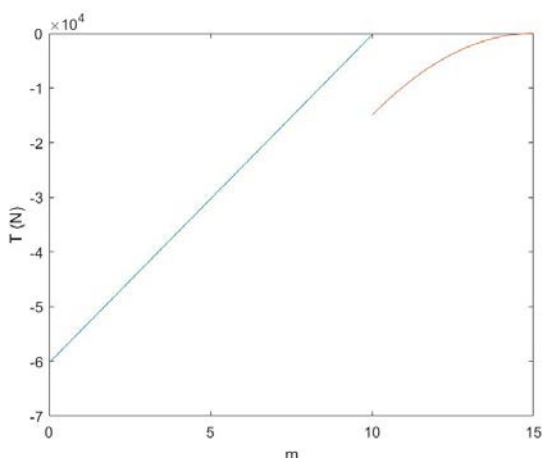
NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- a) NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- b) NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- c) QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

$$T(x = 2L / 3^-) = -285N$$

$$T(x = 2L / 3^+) = -1.5e4N$$

$$M(x = 2L / 3) = 2.5e4Nm$$



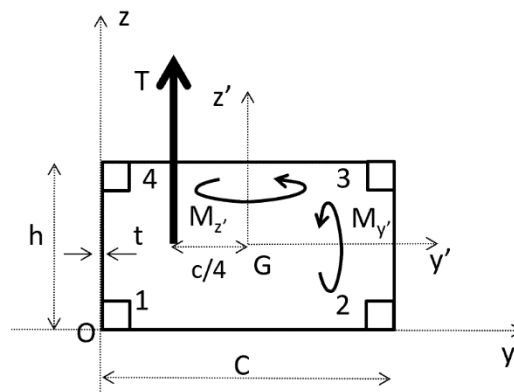
Esercizio N. 2

Valutazione

/7

Si consideri un cassone alare la cui sezione è rettangolare, con larghezza pari a $c = 3.5$ m, altezza $h = 50$ cm, spessore $t = 3$ mm; ai vertici della sezione sono presenti 4 correnti di sezione quadrata aventi area $A_1 = A_3 = 6$ cm² e $A_2 = A_4 = 8$ cm². Si supponga che sulla sezione del cassone agiscano una forza di taglio $T_z = 3000$ N applicata in $c/4$ dal baricentro e due momenti flettenti $M_{y'} = 20000$ Nm e $M_{z'} = 15000$ Nm.

Si consideri il modello idealizzato di cassone alare in cui i correnti lavorano a sforzo normale mentre i pannelli lavorano a taglio.



2.a Calcolare i momenti di inerzia della sezione resistente rispetto agli assi baricentrici $y'z'$:

$$y_G = \frac{S_z}{A_{tot}} = \frac{cA_1 + cA_2}{2A_1 + 2A_2} = \frac{c}{2} = 1.75 \text{ m}$$

$$z_G = \frac{S_y}{A_{tot}} = \frac{hA_1 + hA_2}{2A_1 + 2A_2} = \frac{h}{2} = 0.25 \text{ m}$$

Questi risultati erano ricavabili immediatamente per simmetria della sezione.

$$I_{y'y'} = (A_1 + A_2) \frac{h^2}{2} = 1.75 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_{z'z'} = (A_1 + A_2) \frac{c^2}{2} = 8.57 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$I_{y'z'} = (A_1 - A_2) \frac{hc}{2} = -1.75 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

Nome: _____ Cognome: _____ Data: 09/07/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

2.b Calcolare la distribuzione dei flussi di taglio sui 4 pannelli resistenti, disegnandone l'andamento (si suggerisce di aprire la sezione nel tratto 1-2 e di procedere in verso antiorario):

Pongo $T_{y'} = 0$, $T_{z'} = 3000 \text{ N}$. Si ha

$$\hat{T}_{y'} = \frac{T_{y'} - T_{z'} \frac{I_{y'z'}}{I_{y'y'}}}{1 - \frac{I_{y'z'}^2}{I_{y'y'}I_{z'z'}}} = 3062.50 \text{ N}, \quad \hat{T}_{z'} = \frac{T_{z'} - T_{y'} \frac{I_{y'z'}}{I_{z'z'}}}{1 - \frac{I_{y'z'}^2}{I_{y'y'}I_{z'z'}}} = 3062.50 \text{ N}$$

$$q_i^* = q_{i-1}^* - A_i \left(\frac{\hat{T}_{z'}}{I_{y'y'}} z'_i + \frac{\hat{T}_{y'}}{I_{z'z'}} y'_i \right)$$

$$q_{12}^* = 0$$

$$q_{23}^* = q_{12}^* + \frac{\hat{T}_{z'}}{I_{y'y'}} A_2 \frac{h}{2} - \frac{\hat{T}_{y'}}{I_{z'z'}} A_2 \frac{c}{2} = 3000.00 \text{ N/m}$$

$$q_{34}^* = q_{23}^* - \frac{\hat{T}_{z'}}{I_{y'y'}} A_1 \frac{h}{2} - \frac{\hat{T}_{y'}}{I_{z'z'}} A_1 \frac{c}{2} = 0$$

$$q_{41}^* = q_{34}^* - \frac{\hat{T}_{z'}}{I_{y'y'}} A_2 \frac{h}{2} + \frac{\hat{T}_{y'}}{I_{z'z'}} A_2 \frac{c}{2} = -3000.00 \text{ N/m}$$

Bilancio dei momenti rispetto al punto 1 (verso positivo antiorario):

$$2hcq_0 + chq_{23}^* = \frac{c}{4} T_{z'} \rightarrow q_0 = -750.00 \text{ N/m}$$

$$q_i = q_0 + q_i^*$$

$$q_{12} = -750.00 \text{ N/m}, \quad q_{23} = 2250.00 \text{ N/m}, \quad q_{34} = -750.00 \text{ N/m}, \quad q_{41} = -3750.00 \text{ N/m}$$

2.c Calcolare gli sforzi normali agenti sui correnti prodotti dai momenti flettenti:

Pongo $M_{y'} = -20000 \text{ Nm}$, $M_{z'} = -15000 \text{ Nm}$. Si ha

$$\hat{M}_{y'} = \frac{M_{y'} - M_{z'} \frac{I_{y'z'}}{I_{z'z'}}}{1 - \frac{I_{y'z'}^2}{I_{y'y'}I_{z'z'}}} = -20729.17 \text{ Nm}, \quad \hat{M}_{z'} = \frac{M_{z'} - M_{y'} \frac{I_{y'z'}}{I_{y'y'}}}{1 - \frac{I_{y'z'}^2}{I_{y'y'}I_{z'z'}}} = -35729.17 \text{ Nm}$$

$$\sigma = \frac{\hat{M}_{y'}}{I_{y'y'}} z' + \frac{\hat{M}_{z'}}{I_{z'z'}} y'$$

Dunque

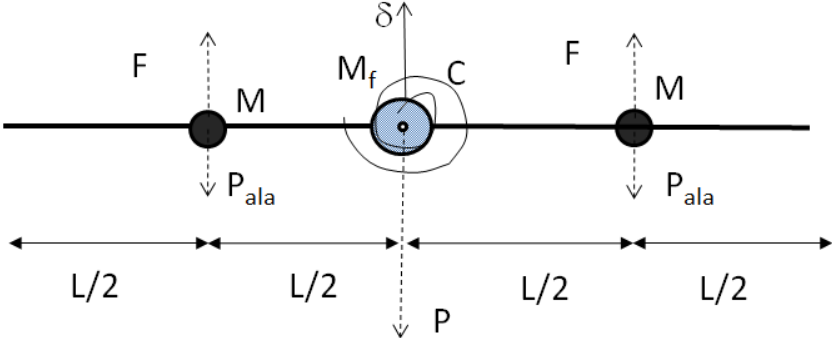
$$\sigma_1 = -\sigma_3 = 3.69 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

$$\sigma_2 = -\sigma_4 = 2.23 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

Nome: _____ Cognome: _____ Data: 09/07/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

Esercizio N. 3	Valutazione	/5
<p>Si modelli un aeroplano in volo rettilineo uniforme come formato da due semiali (aste rigide di lunghezza $L = 25$ m con massa concentrata al centro) incernierate tra loro (per semplicità le dimensioni della fusoliera sono trascurate) per mezzo di una molla torsionale di rigidità $C = 5 \times 10^6$ Nm. Il velivolo è soggetto al sistema di forze rappresentato da due forze di portanza F (supposte costanti in direzione e modulo) applicate al centro delle due semiali e tre forze peso relative alle masse concentrate delle due semiali $M = 3000$ kg e della fusoliera $M_f = 10000$ kg, come in figura.</p>		
		
<p>3a. Determinare il numero di gradi di libertà lagrangiani del sistema, motivando il ragionamento supponendo di trascurare la dinamica nella direzione orizzontale</p>		
<p><i>Se si considerano le due semiali separatamente si hanno 3×2 gradi di libertà totali a cui vanno, in seguito, tolti 2 gradi di libertà dovuti al vincolo di cerniera che collega le due semiali e 1 grado di libertà dovuto alla traslazione orizzontale (per l'ipotesi iniziale)</i></p>		
<p><i>Sono 3 gradi di libertà lagrangiani</i></p>		
<p>3b. Utilizzando come variabili lagrangiane lo spostamento verticale della fusoliera δ e le rotazioni delle due semiali rispetto all'orizzontale (positive anti-orarie) θ_1 e θ_2, scrivere le espressioni di tutte le energie in gioco, incluso il lavoro delle forze applicate.</p>		
$T = \frac{1}{2} M \left(\dot{\delta} - \frac{L}{2} \dot{\theta}_1 \right)^2 + \frac{1}{2} M \left(\dot{\delta} + \frac{L}{2} \dot{\theta}_2 \right)^2 + \frac{1}{2} M_f \dot{\delta}^2$		
$U = \frac{1}{2} C (\theta_2 - \theta_1)^2$		
$U_{forze} = -L_{forze} = -(F - P_{ala}) \left(\delta - \frac{L}{2} \theta_1 \right) - (F - P_{ala}) \left(\delta + \frac{L}{2} \theta_2 \right) + P \delta$		
<p>3c. Scrivere le equazioni della dinamica forzata del sistema</p>		

Nome: _____ Cognome: _____ Data: 09/07/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

$$M\left(\ddot{\delta} - \frac{L}{2}\ddot{\theta}_1\right) + M\left(\ddot{\delta} + \frac{L}{2}\ddot{\theta}_2\right) + M_f\ddot{\delta} - 2(F - P_{ata}) + P = 0$$

$$-\frac{L}{2}M\left(\ddot{\delta} - \frac{L}{2}\ddot{\theta}_1\right) - C(\theta_2 - \theta_1) + (F - P_{ata})\frac{L}{2} = 0$$

$$\frac{L}{2}M\left(\ddot{\delta} + \frac{L}{2}\ddot{\theta}_2\right) + C(\theta_2 - \theta_1) - (F - P_{ata})\frac{L}{2} = 0$$

3d. Scrivere in forma matriciale le equazioni della dinamica libera del sistema

$$\begin{bmatrix} 2M + M_f & -M\frac{L}{2} & M\frac{L}{2} \\ -M\frac{L}{2} & M\frac{L^2}{4} & 0 \\ M\frac{L}{2} & 0 & M\frac{L^2}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\delta} \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & -C \\ 0 & -C & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3e. Ricavare l'espressione delle frequenze proprie e dei rispettivi modi di vibrare del sistema, disegnandoli qualitativamente.

E' evidente che ci saranno tre frequenze proprie, ma che la prima, relativa al moto verticale, sia nulla.

Rimane un sistema 2x2:

$$\begin{bmatrix} M\frac{L^2}{4} & 0 \\ 0 & M\frac{L^2}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & -C \\ -C & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Occorre cercare gli autovalori di:

$$\begin{bmatrix} M\frac{L^2}{4} & 0 \\ 0 & M\frac{L^2}{4} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} C & -C \\ -C & C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{ML^2} & 0 \\ 0 & \frac{4}{ML^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & -C \\ -C & C \end{bmatrix} = \frac{4C}{ML^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Nome: _____ Cognome: _____ Data: 09/07/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- a) NON SI POSSONO UPLODARE PIU' di 6 FOGLI.
- b) NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- c) QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

Il determinante è nullo, quindi ci sarà una seconda frequenza nulla:

$$\omega^2 = 0 \text{ e } \omega^2 = \frac{8C}{ML^2} = 21.33 \text{ rad}^2/\text{s}^2$$

$$F = 0.735 \text{ Hz}$$

Modi:

[1,0,0]: traslazione verticale rigida;

[0, 1, 1] rotazione rigida

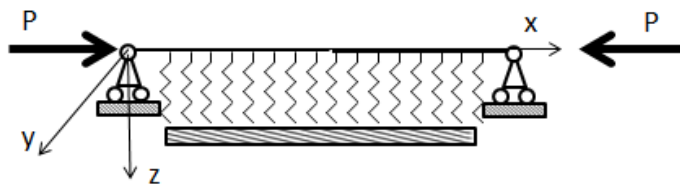
[0, 1, -1] modo elastico (a farfalla)

Esercizio N. 4

Valutazione

/3

Si consideri la trave costituita da un materiale omogeneo e isotropo (la cui sezione è rettangolare e costante) appoggiata agli estremi e sostenuta da un letto di molle uniformemente distribuito di rigidezza k , come in figura.



Indicando con w il possibile spostamento flessionale della trave, conseguente all'applicazione del carico di compressione P (costante e orizzontale), scrivere le equazioni di equilibrio del sistema e le relative condizioni agli estremi.

Nome: _____ Cognome: _____ Data: 09/07/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- a) NON SI POSSONO UPLODARE PIU' di 6 FOGLI.
- b) NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- c) QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

Esercizio N. 5	Valutazione	/4
<p>Data la trave elastica dell'esercizio precedente, volendo risolvere il problema della determinazione del carico critico mediante il metodo di Galeerkin, quali devono essere le caratteristiche che deve avere la funzione approssimante?</p>		
Esercizio N. 6	Valutazione	/5
<p>Dato un problema di stabilit� strutturale in presenza di forze conservative, descrivere almeno due metodi che si possono utilizzare per determinare il valore del carico critico.</p>		