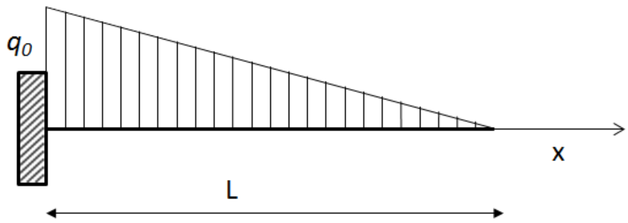
Nome:____________________________ Cognome:________________________ Data: 07/11/2015

Esercizio N. 1 **Valutazione** /5

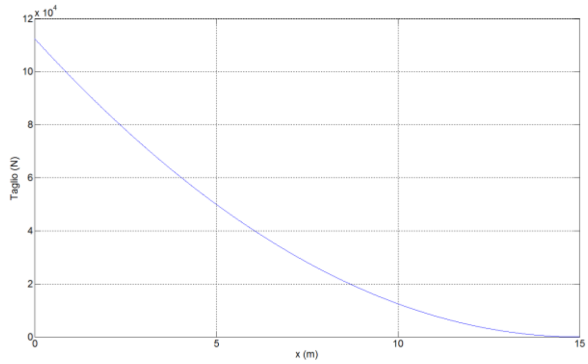
Un'ala, lunga L = 15m, è modellata come una trave in alluminio (E = 72GPa, Iy=2e-4m^4) incastrata alla fusoliera in x=0m, come in figura. La sollecitazione che si vuole studiare è quella dovuta alla portanza, modellata come una distribuzione triangolare in cui il valore massimo è q_0=15 kN/m in x = 0.



1a. Scrivere l'espressione **analitica** della distribuzione delle forze taglianti T(x) e dei momenti flettenti M(x) lungo l'asse x, disegnandone l'andamento e riportando il valore in x=0:

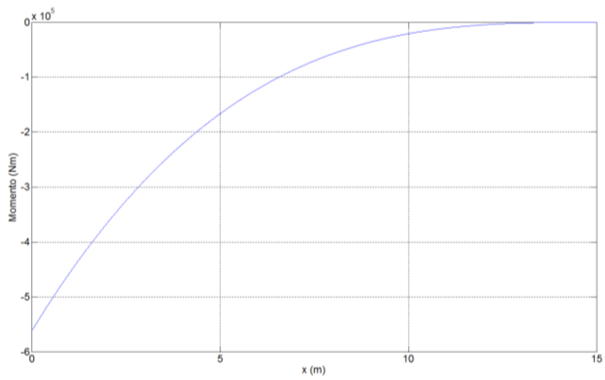
q(x): $$q(x) = q_0\left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

T(x): $$T\left(x\right) = -q_0\frac{x^2}{2L} + q_0 x - q_0\frac{L}{2}$$



x

M(x): $$M\left(x\right) = -q_0\frac{x^3}{6L} + q_0\frac{x^2}{2} - q_0\frac{L}{2}x + q_0\frac{L^2}{6}$$



x

Nome:____________________________ Cognome:__________________________ Data: 07/11/2015

1b. Scrivere l'espressione analitica della flessione e della rotazione elastica, determinandone i valori in x=L

Rotazione:

$$w' = \frac{q_0}{EI}\left(-\frac{x^4}{24L} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^2 L}{4} + \frac{x L^2}{6}\right)$$

$$\theta = -w'$$

Valore massimo: -0.1465rad

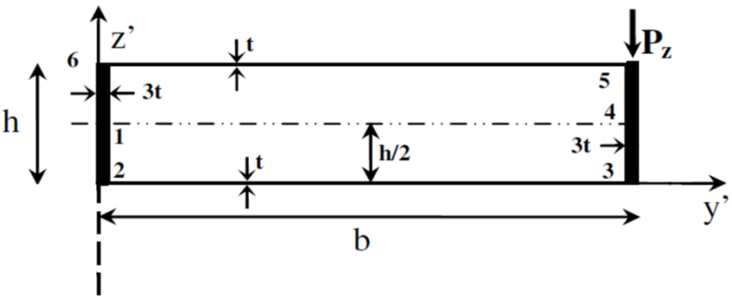
Flessione:

$$w = \frac{q_0}{EI}\left(-\frac{x^5}{120L} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^3 L}{12} + \frac{x^2 L^2}{12}\right)$$

Valore massimo: 1.758m

Esercizio N. 2 **Valutazione** /7

Un cassone alare viene modellato come mostrato in figura, ove h=0.5 m, b=1.5 m e t=2 mm. Sul cassone insiste un carico concentrato: P_z= 30kN.



2a. Calcolare la posizione del baricentro ed i momenti principali di inerzia

Yg= $\frac{b}{2}$ Zg= $\frac{h}{2}$

Iyy= $\frac{h^3 t}{2} + \frac{b h^2 t}{2} = 5 \cdot 10^{-4} m^4$

Izz= $\frac{b^3 t}{6} + \frac{3 b^2 h t}{2} = 4.5 \cdot 10^{-3} m^4$

Iyz= 0

2b. Riportare l'andamento dei flussi di taglio sulle pareti del cassone.

$$q(s) = -\frac{T_z}{I_y}\int_0^s z \cdot t \cdot ds + q_0 = q^*(s) + q_0$$

$$q_{23}^* = \frac{P_Z}{I_{YY}}\frac{h}{2} ts\,; \qquad q_{35}^* = \frac{P_Z}{I_{YY}}\frac{h}{2} tb - \frac{P_Z 3t}{I_{YY}}\left(-\frac{hs}{2} + \frac{s^2}{2}\right)$$ etc. etc.

$$F_{23} = \int_0^b q_{23}^* ds = \frac{P_Z}{I_{YY}}\frac{h}{2} t \frac{b^2}{2}, \qquad F_{35} = \int_0^h q_{35}^* ds = \frac{P_Z}{I_{YY}}\frac{h}{2} tbh - \frac{P_Z 3t}{I_{YY}}\left(-\frac{h^3}{12}\right)$$

Bilancio momenti torcenti: $q_0 = \frac{P_z b - F_{23} h - F_{35} b}{2(bh)} = -7500 N/m$

Nome:___________________________ Cognome:________________________ Data: 07/11/2015

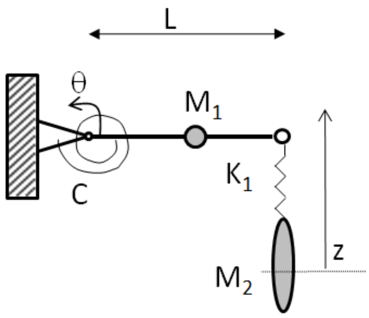
2c Riportare il valore del flusso di taglio nei punti indicati e calcolare le tensioni tangenziali ad essi associati (riportare due valori nel caso esistano discontinuità a destra e a sinistra del punto):

Pto	q [N/m]
1	
2	
5	

Pto	τ [MPa]	τ [MPa]
1		
2		
5		

Esercizio N. 3 **Valutazione** /6

Il carrello di atterraggio di un aereo viene modellato in maniera approssimata come un'asta (lunghezza L = 40 cm, massa concentrata nel baricentro M_1 = 20 kg) incernierata alla fusoliera, con una molla torsionale di rigidezza C = 500kNm, alla quale è collegato il pneumatico (corpo puntiforme di massa M_2 = 30 kg) attraverso una molla K_1 = 300kN/m.



3a. Supponendo che il moto della ruota sia soltanto verticale, ed utilizzando come variabili lagrangiane lo spostamento verticale *z* della ruota, e la rotazione θ dell'asta, **scrivere le espressioni di tutte le energie in gioco nel sistema**

$$T = \frac{1}{2} M_1 \frac{L^2}{4} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M_2 \dot{z}^2$$

$$U = \frac{1}{2} C\theta^2 + \frac{1}{2} K\left(L\theta - z\right)$$

3b. Scrivere le espressioni delle matrici di massa, rigidezza del sistema dinamico

$$M = \begin{bmatrix} M_1 \frac{L^2}{4} & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} C + KL^2 & -KL \\ -KL & K \end{bmatrix}$$

Nome:___________________________ Cognome:________________________ Data: 07/11/2015

3c. Calcolare le frequenze proprie del sistema dinamico

Primo metodo: autovalori di $M^{-1}K$

Secondo metodo: $\det\left(-\omega^2 M + K\right) = 0$

$$\begin{vmatrix} -\omega^2 M_1 \dfrac{L^2}{4} + C + KL^2 & -KL \\ -KL & -\omega^2 M_2 + K \end{vmatrix} = 0$$

$$\omega^4 \left(M_2 M_1 \frac{L^2}{4} \right) + \omega^2 \left(M_1 \frac{L^2}{4} K + M_2 \left(C + KL^2 \right) \right) + KC = 0$$

$\omega_{1,2}^2 = \left[6.85e5 \quad 9.11e3\right] rad^2/s^2$ $\qquad \omega_{1,2} = \left[828 \quad 95.5\right] rad/s$ $\qquad f_{1,2} = \left[131.8 \quad 15.2\right] Hz$

Esercizio N. 4 **Valutazione** /4

Disegnare in maniera qualitativa i modi di vibrazione associati alle prime due frequenze della trave in figura (nota: è un'unica trave con due appoggi), **argomentando le scelte**:

Nome:___________________________ Cognome:________________________ Data: 07/11/2015

Esercizio N. 5	**Valutazione**	/4

Indicare quali sono le differenze sostanziali tra il metodo agli elementi finiti e il metodo di Ritz per la soluzione di un problema strutturale

Esercizio N. 6	**Valutazione**	/4

Data la piastra in figura, appoggiata sui 4 lati (in cui b=5a), sottoposta ad un carico di compressione, disegnare la deformata critica, **argomentando la scelta.**