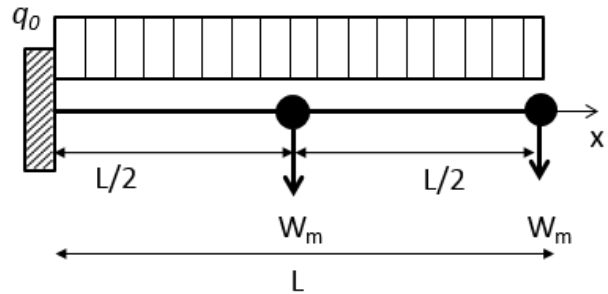


Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_ Data: 06/05/2020

**NOTA:** Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

Esercizio N. 1	Valutazione	/5
<p>Sia data una semiala di un velivolo quadrimotore, modellata come una trave di lunghezza <math>L = 30m</math> incastrata nell'estremo di sinistra in <math>x = 0</math>. Le forze aerodinamiche sono prevalentemente in direzione verticale, modellate come una distribuzione costante. Si supponga che il peso di tutto il velivolo sia pari a <math>W_{TOT} = 190kN</math> (comprensivo del peso di quattro motori ciascuno di peso <math>W_m = 20000N</math>) e che sia e che sia bilanciato per metà dal carico dovuto alle forze aerodinamiche agenti sulla semiala. Calcolare l'andamento del taglio e del momento dovuto a tali forze, disegnandone qualitativamente l'andamento, considerando la presenza dei carichi concentrati dovuti ai motori <math>m</math> disposti in <math>x = (1/2)L</math> e <math>x = L</math>.</p>		
<p>Calcolare in particolare il valore di taglio e momento in <math>x = 18m</math>.</p>		
<p><b>1a</b> Calcolare le reazioni vincolare all'incastro (formula e valore numerico):</p>		
<p><i>Considerando che</i> <math>P_{SEMIALA} = \frac{W_{TOT}}{2} = 95kN</math></p>		
<p><i>Si ha che</i> <math>q_0 = \frac{P_{SEMIALA}}{L} = 3.17e3N / m</math></p>		
<p><i>I carichi sono applicati in verso opposto all'asse positivo delle z quindi si assume <math>q_0</math> negativo</i>  <math>q_0 = -3.17e3N / m</math></p>		
<p><b>Forza</b>  <math>R_v = -q_0L - 2W_m = 55kN</math></p>		
<p><b>Momento</b>  <math>M_v = W_m \frac{L}{2} + W_m L + q_0 L^2 / 2 = -525kNm</math></p>		
<p><b>1.b</b> Scrivere l'espressione analitica della distribuzione delle forze taglienti <math>T(x)</math> e dei momenti flettenti <math>M(x)</math> lungo l'asse <math>x</math> della semiala, disegnandone l'andamento e calcolando il valore in <math>x = 18m</math>.</p>		
<p><i>Per</i> <math>0 \leq x \leq \frac{1}{2}L</math></p>		



Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_ Data: 06/05/2020

**NOTA:** Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

$$T_0 = -R_V$$

$$M_0 = -M_V$$

$$T(x) = T_0 - \int_0^x q_c(x) dx = T_0 - q_0 x = q_0 L + 2W_M - q_0 x$$

$$M(x) = M_0 + \int_0^x T(x) dx = M_0 + T_0 x - q_0 \frac{x^2}{2}$$

Per  $\frac{1}{2}L \leq x \leq L$

$$T(x) = T\left(\frac{L}{2}\right) - W_M - \int_{(1/2)L}^x q_0 dx = q_0 L + 2W_M - q_0 \frac{L}{2} - W_M - q_0 x + q_0 \frac{L}{2} = q_0 L + W_M - q_0 x$$

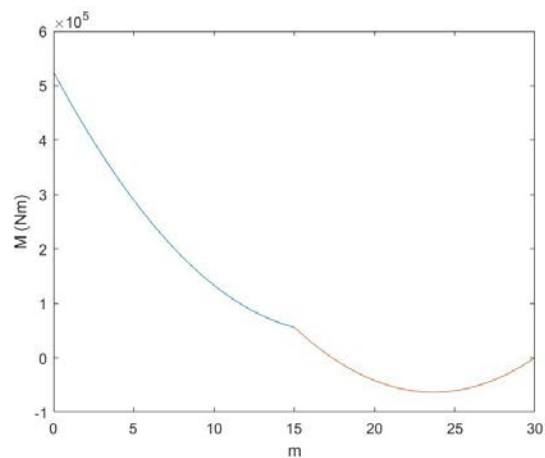
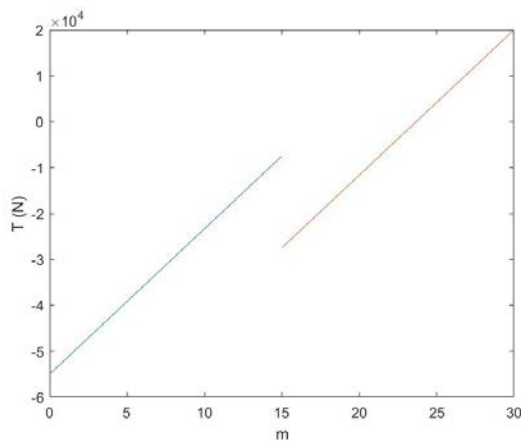
$$M(x) = M\left(\frac{L}{2}\right) + \int_{(1/2)L}^x T(x) dx = -q_0 \frac{x^2}{2} + (q_0 L + W_M)x + M_0 + T_0 \frac{L}{2} - q_0 \frac{L^2}{2} - W_M \frac{L}{2}$$

Verifica taglio  $T(L) = W_m$

Verifica momento  $M(L) = 0$

$$T(x=18m) = -1.783e4N$$

$$M(x=18m) = -12kNm$$

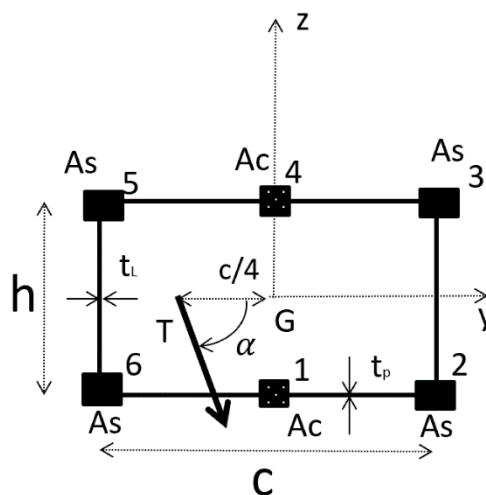


Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_ Data: 06/05/2020

**NOTA:** Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- a) NON SI POSSONO UPLODARE PIU' di 6 FOGLI.
- b) NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- c) QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

Esercizio N. 2	Valutazione	/7
<p>Si consideri il cassone alare in figura, schematizzato come una sezione simmetrica con <math>h = 0.8\text{ m}</math> e <math>c = 2.5\text{ m}</math>. Il cassone è dotato di due correnti centrali di area <math>A_c = 4\text{ cm}^2</math> mentre i longheroni hanno le solette di area <math>A_s = 15\text{ cm}^2</math>. Sia le solette che i correnti hanno sezione quadrata. I pannelli di rivestimento (superiore e inferiore) hanno uno spessore <math>t_p = 3\text{ mm}</math> mentre le anime dei longheroni hanno uno spessore <math>t_l = 6\text{ mm}</math>. Si supponga che la forza di taglio <math>T = 20\text{ kN}</math> sia applicata ad <math>1/4c</math> dal baricentro (come in figura, con <math>\alpha = 60^\circ</math>) e che la <b>resistenza flessionale del cassone sia dovuta solo ai correnti e alle solette dei longheroni mentre i pannelli di rivestimento e le anime dei longheroni concorrano alla sola resistenza torsionale</b>. Il materiale è alluminio, con <math>E = 70\text{ GPa}</math>, <math>\nu = 0.3</math>.</p>		
<p>2.a Calcolare i momenti di inerzia intorno agli assi baricentrici che concorrono alla resistenza a flessione:</p>		
<p style="color: red;">Il baricentro della sezione coincide con il centro geometrico della stessa data la sua simmetria. Inoltre, il sistema di riferimento riportato in figura è principale d'inerzia.</p> $I_{yy} = \frac{h^2}{2}(2A_s + A_c) = 1.09 \cdot 10^{-3}\text{ m}^4$ $I_{zz} = c^2 A_s = 9.38 \cdot 10^{-3}\text{ m}^4$ $I_{yz} = 0$		
<p>2.b Calcolare i flussi di taglio totali sulle pareti dovuti alla forza di taglio <math>T</math>, riportandone graficamente gli andamenti (si suggerisce di aprire la sezione nel tratto 1-2 e di procedere in verso antiorario):</p>		
<p style="color: red;">Pongo <math>T_y = T \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 10000.00\text{ N}</math>, <math>T_z = T \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -17320.51\text{ N}</math>. Si ha</p> $q_i^* = q_{i-1}^* - A_i \left( \frac{T_z}{I_{yy}} z_i + \frac{T_y}{I_{zz}} y_i \right)$ $q_{12}^* = 0$ $q_{23}^* = q_{12}^* + \frac{T_z}{I_{yy}} A_s \frac{h}{2} - \frac{T_y}{I_{zz}} A_s \frac{c}{2} = -11551.75\text{ N/m}$ $q_{34}^* = q_{23}^* - \frac{T_z}{I_{yy}} A_s \frac{h}{2} - \frac{T_y}{I_{zz}} A_s \frac{c}{2} = -4000.00\text{ N/m}$ $q_{45}^* = q_{34}^* - \frac{T_z}{I_{yy}} A_c \frac{h}{2} = -1452.87\text{ N/m}$ $q_{56}^* = q_{45}^* - \frac{T_z}{I_{yy}} A_s \frac{h}{2} + \frac{T_y}{I_{zz}} A_s \frac{c}{2} = 10098.88\text{ N/m}$		



Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_ Data: 06/05/2020

**NOTA:** Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- a) NON SI POSSONO UPLODARE PIU' di 6 FOGLI.
- b) NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- c) QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

$$q_{61}^* = q_{56}^* + \frac{T_z}{I_{yy}} A_s \frac{h}{2} + \frac{T_y}{I_{zz}} A_s \frac{c}{2} = 2547.13 \text{ N/m}$$

Bilancio dei momenti rispetto al punto 5 (verso positivo antiorario):

$$2hcq_0 + h\frac{c}{2}q_{61}^* + chq_{23}^* = \frac{h}{2}T_y + \frac{c}{4}T_z \rightarrow q_0 = 3432.76 \text{ N/m}$$

$$q_i = q_0 + q_i^*$$

$$q_{12} = 3432.76 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad q_{23} = -8118.99 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad q_{34} = -567.24 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad q_{45} = 1979.90 \frac{\text{N}}{\text{m}},$$

$$q_{56} = 13531.65 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad q_{61} = 5979.90 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

2.c Scrivere l'espressione della rigidezza torsionale di Bredt del cassone alare e calcolarne il valore numerico:

$$B = \frac{4h^2c^2}{\oint \frac{ds}{Gt}} \text{ con } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Quindi

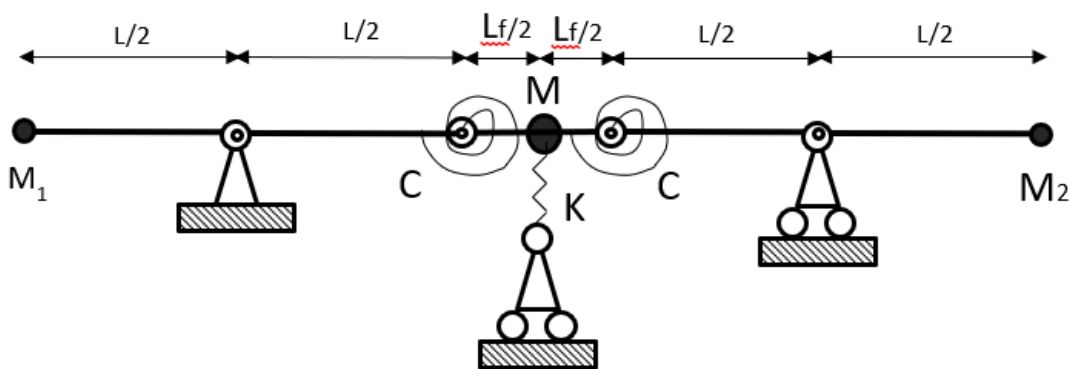
$$B = \frac{4Gh^2c^2}{\int_1^2 \frac{ds}{t_P} + \int_2^3 \frac{ds}{t_L} + \int_3^5 \frac{ds}{t_P} + \int_5^6 \frac{ds}{t_L} + \int_6^1 \frac{ds}{t_P}} = \frac{2Gh^2c^2}{\frac{c}{t_P} + \frac{h}{t_L}} = 2.2281 \cdot 10^8 \frac{\text{Nm}^2}{\text{rad}}$$

**Esercizio N. 3**

Valutazione

/5

Il sistema dinamico in figura è composto da tre corpi, rappresentati come tre aste, di lunghezza  $L = 15\text{m}$  e  $L_f = 4\text{m}$ . La massa dell'asta centrale è  $M = 20000 \text{ kg}$  ed è concentrata al centro della stessa mentre per le due aste laterali le masse  $M_1=1500\text{kg}$ ,  $M_2=2000\text{kg}$  sono concentrate alle estremità. La connessione tra l'asta centrale e le due laterali è rappresentata da due cerniere con una molla torsionale di costante pari a  $C = 50000 \text{ Nm}$ . La massa centrale è connessa ad un carrello tramite una molla di costante  $K=500 \text{ N/m}$ . L'appoggio nell'asta di sinistra e il carrello nell'asta di destra sono posizionati come mostrato in figura.



3.a Determinare il numero di gradi di libertà, motivando il ragionamento.

Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_ Data: 06/05/2020

**NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.**

- a) **NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.**  
 b) **NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.**  
 c) **QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.**

**3.b** Si scelgano come gradi di liberta' spostamento e rotazione dell'asta centrale rispetto al sistema di riferimento inerziale. Determinare l'energia cinetica e potenziale.

$$\delta_1 = \delta - \frac{L_f}{2} \theta \quad (\text{spostamento verticale della molla torsionale alla sinistra della massa centrale})$$

$$\delta_2 = \delta + \frac{L_f}{2} \theta \quad (\text{spostamento verticale della molla torsionale alla destra della massa centrale})$$

$$\theta_1 = 2 \frac{\delta_1}{L} \quad \theta_2 = -2 \frac{\delta_2}{L}$$

$$T = \frac{1}{2} M \dot{\delta}^2 + \frac{1}{2} M_1 \dot{\delta}_1^2 + \frac{1}{2} M_2 \dot{\delta}_2^2 = \frac{1}{2} M \dot{\delta}^2 + \frac{1}{2} M_1 \left( \dot{\delta} - \frac{L_f}{2} \dot{\theta} \right)^2 + \frac{1}{2} M_2 \left( \dot{\delta} + \frac{L_f}{2} \dot{\theta} \right)^2$$

$$U = \frac{1}{2} C (\theta - \theta_1)^2 + \frac{1}{2} C (\theta - \theta_2)^2 + \frac{1}{2} K \delta^2 = \frac{1}{2} C \left( u\theta - \frac{2}{L} \delta \right)^2 + \frac{1}{2} C \left( u\theta + \frac{2}{L} \delta \right)^2 + \frac{1}{2} K \delta^2$$

$$\text{Con } u = 1 + \frac{L_f}{L}$$

**3.c** Scrivere le equazioni della dinamica in forma matriciale.

$$\begin{bmatrix} M + M_1 + M_2 & -M_1 \frac{L_f}{2} + M_2 \frac{L_f}{2} \\ -M_1 \frac{L_f}{2} + M_2 \frac{L_f}{2} & M_2 \frac{L_f^2}{4} + M_1 \frac{L_f^2}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\delta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 \frac{C}{L^2} + K & 0 \\ 0 & 2Cu^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = 0$$

**3.d** Determinare le frequenze proprie, e i modi di vibrazione, disegnandoli qualitativamente.

$$\omega_1 = 0.31 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = 3.39 \text{ rad/s}$$

$$f_1 = 0.05 \text{ Hz} \quad f_2 = 0.54 \text{ Hz}$$

$$\text{Modi: } \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -0.04 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_ Data: 06/05/2020

**NOTA:** Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- a) **NON SI POSSONO UPLODARE PIU' di 6 FOGLI.**
- b) **NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.**
- c) **QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.**

<b>Esercizio N. 4</b>	<b>Valutazione</b>	/3
Indicare le principali differenze tra il metodo di Ritz e il metodo agli elementi finiti per la soluzione di un problema strutturale.		
<b>Esercizio N. 5</b>	<b>Valutazione</b>	/5
Si illustrino i passaggi necessari allo studio della stabilit� dell'equilibrio elastico di una struttura rappresentata da un sistema discreto sottoposta all'azione di forze non conservative.		
<b>Esercizio N. 6</b>	<b>Valutazione</b>	/5
Indicare e commentare le ipotesi alla base della teoria semplificata necessaria alla determinazione delle equazioni delle strutture a guscio in parete sottile.		