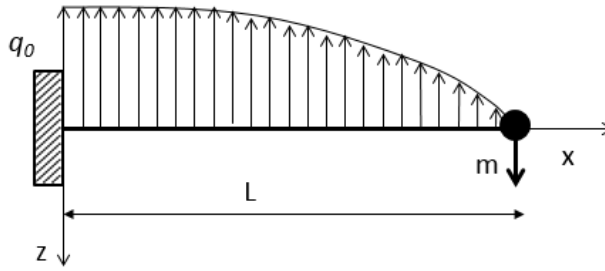



Nome: _____ Cognome: _____ Data: 24/10/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- a) NON SI POSSONO UPLODARE PIU' di 6 FOGLI.
- b) NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- c) QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

Esercizio N. 1	Valutazione	/6
<p>La semi ala di un velivolo viene modellata come una trave incastrata alla fusoliera. La lunghezza della semi ala è $L= 25m$, ed è soggetta ad una distribuzione di portanza distribuita parabolicamente come in figura (con il valore massimo q_0 in corrispondenza di $x=0$). La risultante della portanza della semiala è pari a 8000 N. Inoltre, in $x= L$ è posto un motore, la cui massa è di $m=450$ kg.</p> <p>Assumendo gli assi come in figura:</p> <p>1.a Scrivere l'espressione analitica della distribuzione del carico $q(x)$</p> <p><i>L'espressione analitica della distribuzione del carico parabolico $q(x)$ è</i></p> $q(x) = q_0 \left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right)$ <p><i>La risultante è pari a</i></p> $P = \int_0^L q(x) dx = \int_0^L q_0 \left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) dx = q_0 L - q_0 \frac{L}{3} = \frac{2}{3} q_0 L$ <p><i>quindi</i></p> $P = \frac{2}{3} q_0 L = 4000N \quad \Rightarrow \quad q_0 = 480N / m$ <p><i>Si considera che il carico è negativo in quanto l'asse verticale è preso positivo verso il basso, quindi</i></p> $q_0 = -480N / m$ <p>1.b Calcolare le reazioni vincolari all'incastro (formula e valore numerico):</p> <p><i>Il motore all'estremo della semiala comporta un carico concentrato pari a</i></p> $W_M = m g = 4.41 kN$ <p><i>Nota la risultante del carico parabolico si possono scrivere le equazioni di equilibrio alla traslazione e ai momenti tenendo conto del grafico seguente</i></p>		
		

Nome: _____ Cognome: _____ Data: 24/10/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uploadare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

Taglio: Considerando che q_0 è negativo, si ha che

$$R_v + \frac{2}{3}q_0L + W_M = 0 \quad \Rightarrow \quad R_v = -\frac{2}{3}q_0L - W_M = 3585.5 \text{ N}$$

Momento: Sapendo che q_0 è negativo, si ha che

$$M_v - \left(\frac{2}{3}q_0L\right)\left(\frac{3}{8}L\right) - W_M L = 0 \quad \Rightarrow \quad M_v = \frac{1}{4}q_0L^2 + W_M L = 35363 \text{ Nm}$$

1.c Scrivere l'espressione analitica della distribuzione delle forze taglianti $T(x)$ e dei momenti flettenti $M(x)$ lungo l'asse x della semiala, disegnandone l'andamento e calcolando il valore in $x = 10\text{m}$.

Prendendo l'asse z positivo verso il basso, il bilancio delle forze e dei momenti del concio di trave porta a scrivere

$$\frac{dT}{dx} = -q(x) \quad \frac{dM}{dx} = T(x)$$

La forza di taglio calcolata in zero è uguale e opposta alla reazione vincolare e si ha che

$$T(x=0) = -R_v = \frac{2}{3}q_0L + W_M = -3585.5 \text{ N}$$

Quindi

$$\begin{aligned} T(x) &= T(x_0) - \int_0^x q(x) dx = \frac{2}{3}q_0L + W_M - \int_0^x q_0 \left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) dx = \frac{2}{3}q_0L + W_M - q_0 \left[x - \frac{1}{L^2} \frac{x^3}{3} \right]_0^x = \\ &= \frac{q_0}{3L^2} x^3 - q_0 x + \frac{2}{3}q_0L + W_M \end{aligned}$$

Il momento all'incastro è uguale e opposto alla reazione vincolare, quindi si può scrivere che

$$M(x=0) = -M_v = -\frac{1}{4}q_0L^2 - W_M L = -35363 \text{ Nm}$$

In definitiva

$$\begin{aligned} M(x) &= M(x_0) + \int_0^x T(x) dx = -\frac{1}{4}q_0L^2 - W_M L + \int_0^x \left(\frac{q_0}{3L^2} x^3 - q_0 x + \frac{2}{3}q_0L + W_M \right) dx = \\ &= \frac{q_0}{12L^2} x^4 - \frac{q_0}{2} x^2 + \left(\frac{2}{3}q_0L + W_M \right) x - \frac{1}{4}q_0L^2 - W_M L \end{aligned}$$

Si verifica che per $x=L$ il momento si annulla

$$M(x=L) = \frac{q_0}{12}L^4 - \frac{q_0}{2}L^2 + \frac{2}{3}q_0L^2 + W_M L - \frac{q_0}{4}L^2 - W_M L = \frac{1-6+8-3}{12}q_0L^2 = 0$$

Per $x=10\text{m}$ si ha che

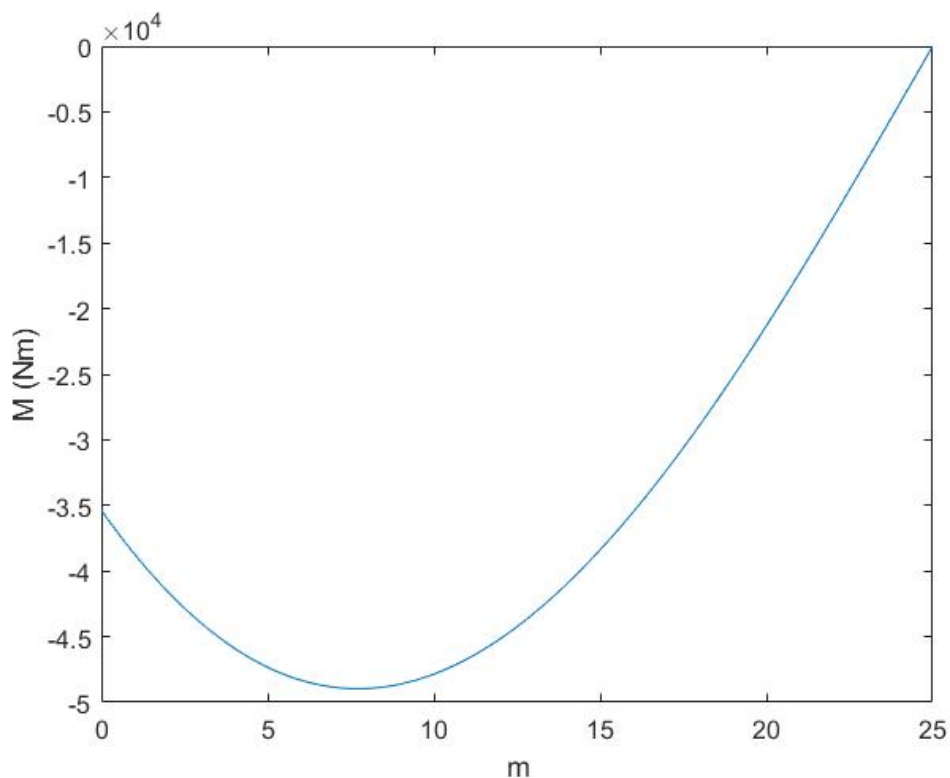
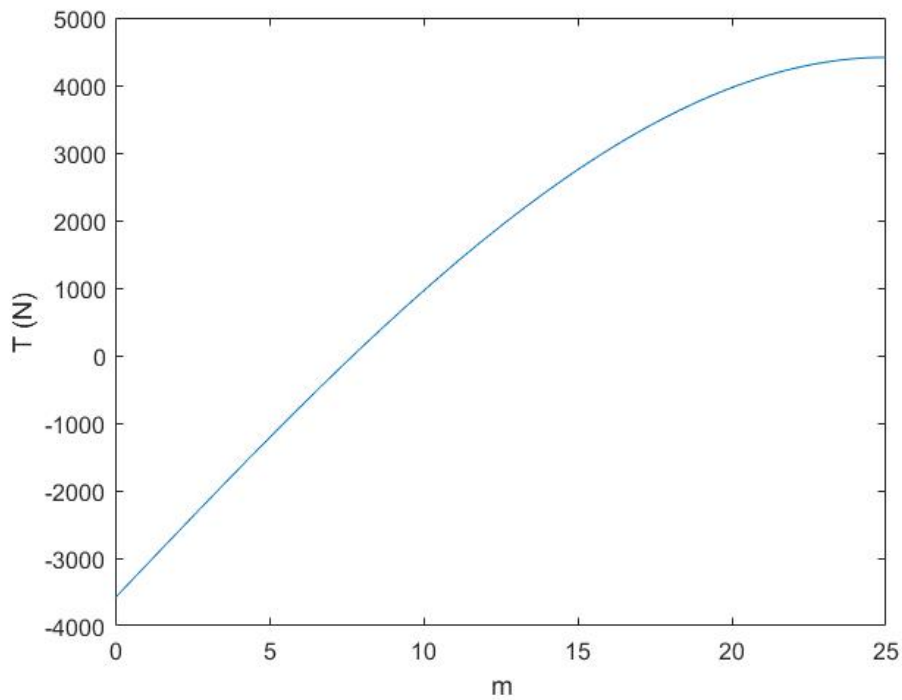
$$T(x=10) = 958.5 \text{ N}$$

$$M(x=10) = -47858 \text{ Nm}$$

Nome: _____ Cognome: _____ Data: 24/10/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- a) NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- b) NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- c) QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.



Nome: _____ Cognome: _____ Data: 24/10/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- a) NON SI POSSONO UPLODARE PIU' di 6 FOGLI.
- b) NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- c) QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

1.d Scrivere l'espressione analitica dello spostamento flessionale $w(x)$ e calcolare il suo valore in $x = L$, sapendo che: $E = 72 \text{ GPA}$, $I = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$

Integrando due volte l'espressione

$$M(x) = -EIw''$$

si ottiene lo spostamento flessionale $w(x)$

$$w(x) = -\frac{1}{EI} \left(\frac{q_0}{360L^2} x^6 - \frac{q_0}{24} x^4 + \left(\frac{2}{3} q_0 L + W_M \right) \frac{x^3}{6} - \frac{q_0 L^2}{8} x^2 - \frac{W_M L}{2} x^2 \right)$$

che in $x=L$ vale

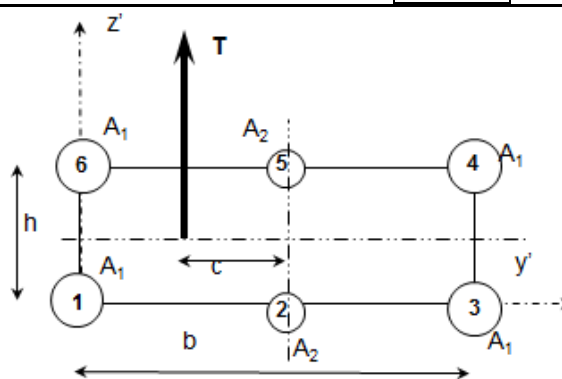
$$w(x=L) = 0.3638 \text{ m}$$

Esercizio N. 2

Valutazione

/6

Il cassone alare del velivolo sopra descritto puo' immaginarsi schematizzato a sezione rettangolare ($b=800 \text{ mm}$, $h=250 \text{ mm}$) ove tutta la capacita' di resistere alle azioni delle forze di taglio e' data dagli elementi concentrati di area $A_1 = 6 \text{ cm}^2$ e $A_2 = 0.3A_1$. Il cassone e' sollecitato con una forza tagliante $T=40\text{kN}$ posta sull'asse di simmetria della struttura a distanza $c=0.2 \text{ m}$ dal baricentro CG.



Determinare (ipotizzando che i soli correnti concorrano a resistere alle forze normali):

2a. La posizione del baricentro rispetto al sistema di riferimento $y'z'$ e il valore dei momenti di inerzia della sezione rispetto al sistema di rif. del baricentro

$$y'_{CG} = b/2; z'_{CG} = h/2 \text{ (per simmetria della sezione)}$$

Nome: _____ Cognome: _____ Data: 24/10/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uploadare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- a) NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- b) NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- c) QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

$$I_{yy} = 2(2A_1 + A_2) \frac{h^2}{4} = 4.31 \cdot 10^{-5} m^4; I_{zz} = 4A_1 \frac{b^2}{4} = 3.84 \cdot 10^{-4} m^4$$

2b. La distribuzione dei flussi di taglio sui pannelli del guscio. Riportare le formule utilizzate e i valori numerici.

Aprò la sezione nel tratto 1-2 e procedo in verso antiorario:

Parete	q^*	q_0	q_{tot}
1-2	0	$\frac{(b/2 - c)T_z - bhq_{34}^* - h(b/2)q_{45}^*}{2bh} =$ $= -3.0435 \cdot 10^4 N/m$	$-3.0435 \cdot 10^4 N/m$
2-3	$\frac{T_z}{I_{yy}} A_2 \frac{h}{2} =$ $= 2.087 \cdot 10^4 N/m$	$\frac{(b/2 - c)T_z - bhq_{34}^* - h(b/2)q_{45}^*}{2bh} =$ $= -3.0435 \cdot 10^4 N/m$	$-9.565 \cdot 10^3 N/m$
3-4	$q_{23}^* + \frac{T_z}{I_{yy}} A_1 \frac{h}{2} =$ $= 9.0435 \cdot 10^4 N/m$	$\frac{(b/2 - c)T_z - bhq_{34}^* - h(b/2)q_{45}^*}{2bh} =$ $= -3.0435 \cdot 10^4 N/m$	$6 \cdot 10^4 N/m$
4-5	$q_{34}^* - \frac{T_z}{I_{yy}} A_1 \frac{h}{2} =$ $= 2.087 \cdot 10^4 N/m$	$\frac{(b/2 - c)T_z - bhq_{34}^* - h(b/2)q_{45}^*}{2bh} =$ $= -3.0435 \cdot 10^4 N/m$	$-9.565 \cdot 10^3 N/m$
5-6	$q_{45}^* - \frac{T_z}{I_{yy}} A_2 \frac{h}{2} =$ $= 0$	$\frac{(b/2 - c)T_z - bhq_{34}^* - h(b/2)q_{45}^*}{2bh} =$ $= -3.0435 \cdot 10^4 N/m$	$-3.0435 \cdot 10^4 N/m$
6-1	$q_{56}^* - \frac{T_z}{I_{yy}} A_1 \frac{h}{2} =$ $= -6.9565 \cdot 10^4 N/m$	$\frac{(b/2 - c)T_z - bhq_{34}^* - h(b/2)q_{45}^*}{2bh} =$ $= -3.0435 \cdot 10^4 N/m$	$-1 \cdot 10^5 N/m$

Nome: _____ Cognome: _____ Data: 24/10/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- a) NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- b) NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- c) QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

2c. Trovare la distanza massima tra due centine consecutive che costituiscono un vincolo di appoggio per i correnti in modo tale che questi ultimi possano sopportare un carico massimo a compressione (carico critico) pari a $P_{cr} = 2500N$. Si supponga che i correnti abbiano sezione quadrata e siano in lega di alluminio.

$$I_c = \frac{A^2}{12}; P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_c}{L^2}; E = 70 \text{ GPa}$$

$$L = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_c}{P_{cr}}} \rightarrow L_1 = 2.879 \text{ m per } A = A_1; L_2 = 0.864 \text{ m per } A = A_2$$

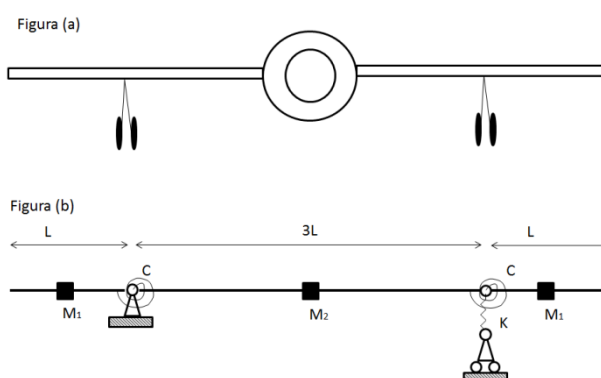
Scelgo una distanza che sia inferiore alla più piccola tra le due trovate.

Esercizio N. 3

Valutazione

/4

Un aereo in rullaggio sulla pista (figura (a)) viene descritto come un sistema dinamico formato da tre aste rigide (con massa concentrata al centro di ognuna) incernierate tra loro (figura (b)), in cui una molla torsionale $C = 8500Nm/rad$ collega le aste. Il carrello idealmente è un collegamento rigido con il suolo (cerniera). Il carrello di destra, tuttavia, ha una debolezza strutturale, a causa della quale esso viene rappresentato non come un carrello, ma come una molla assiale di rigidezza $K = 700 \text{ kN/m}$. Dati numerici: $L = 4m$, $M_1 = 200 \text{ kg}$; $M_2 = 3000kg$.



3a. Si dimostri che il sistema ha tre gradi di libertà.

Se i tre corpi fossero svincolati, nel piano avrebbero ciascuno 3 gradi di libertà (gdl), quindi 9 gdl totali. Sono tuttavia presenti dei vincoli: la cerniera di sinistra vincola gli spostamenti tanto della prima quanto della seconda asta (2+2) mentre la cerniera di destra impone che gli spostamenti della seconda e terza asta siano uguali (2). Dunque i gdl del sistema vincolato sono: $9-6=3$

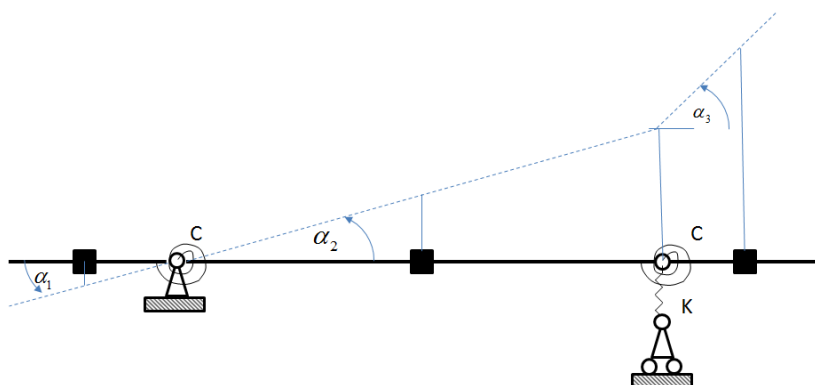
Nome: _____ Cognome: _____ Data: 24/10/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uploadare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

3b. Scelti come gradi di liberta' i tre angoli rispetto all'orizzontale, si scriva: L'energia cinetica del sistema, T, e l'energia elastica del sistema, U e le equazioni di equilibrio dinamico

Si consideri la figura sotto, che permette di calcolare l'energia cinetica e potenziale:



$$T = \frac{1}{2}M_1\left(\dot{\alpha}_1\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}M_2\left(\dot{\alpha}_2\frac{3L}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}M_1\left(\dot{\alpha}_2 3L + \dot{\alpha}_3\frac{L}{2}\right)^2$$

$$U = \frac{1}{2}C(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + \frac{1}{2}C(\alpha_3 - \alpha_2)^2 + \frac{1}{2}K(3L\alpha_2)^2$$

Eq. della dinamica in forma $M\ddot{X} + KX = 0$ dove $X = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3]^T$

3c. Scrivere le espressioni delle matrici di massa, rigidezza del sistema dinamico

$$M = \begin{bmatrix} \frac{M_1 L^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{4}M_2 L^2 + 9M_1 L^2 & \frac{3}{2}M_1 L^2 \\ 0 & \frac{3}{2}M_1 L^2 & \frac{1}{4}M_1 L^2 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} C & -C & 0 \\ -C & 2C + 9KL^2 & -C \\ 0 & -C & C \end{bmatrix}$$

3d. I passaggi che conducono al calcolo (senza effettuarlo) delle frequenze e dei modi naturali di vibrazione in dinamica libera.

Calcolo dei modi: ipotizzando un comportamento armonico per le variabili di stato, si puo' porre: $X = e^{j\omega t} X_0$, che sostituito nell'equazione della dinamica porta a: $(-\omega^2 M + K)e^{j\omega t} X_0 = 0$. Tale espressione ammette soluzione non banale se e solo se: $\det(-\omega^2 M + K) = 0$

Si ottengono 3 valori per ω^2 , corrispondenti alle tre pulsazioni naturali del sistema. Sostituendo di nuovo nella dinamica si possono trovare gli autovalori.

Nome: _____ Cognome: _____ Data: 24/10/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- a) NON SI POSSONO UPLDARE PIU' di 6 FOGLI.
- b) NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- c) QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 0.81 \text{ rad/s} & f_1 &= 0.13 \text{ Hz} \\ \omega_2 &= 3.26 \text{ rad/s} & f_2 &= 0.52 \text{ Hz} \\ \omega_3 &= 3.85 \text{ rad/s} & f_3 &= 0.61 \text{ Hz} \end{aligned}$$

3e. Supponendo che i modi del sistema dinamico (definiti a meno di una costante arbitraria) siano quelli qui

riportati $\phi_1 = \begin{bmatrix} 0.52 \\ 0.48 \\ 0.71 \end{bmatrix}$ $\phi_2 = \begin{bmatrix} 0.99 \\ 0 \\ -0.14 \end{bmatrix}$ $\phi_3 = \begin{bmatrix} 0.11 \\ -0.04 \\ -0.99 \end{bmatrix}$ si disegnino schematicamente le deformate modali.

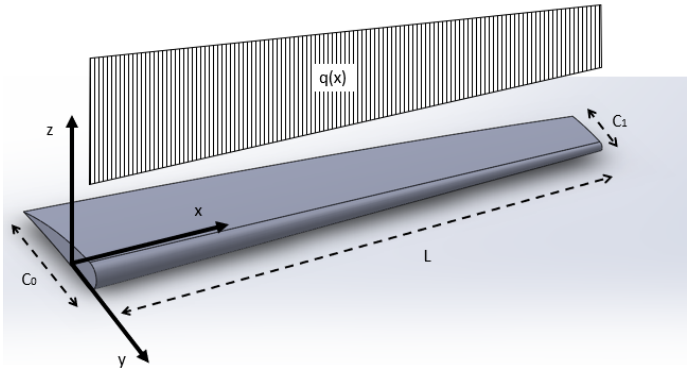
Esercizio N. 4	Valutazione	/4
Data una trave elastica incastrata ad un'estremità e soggetta ad un carico di compressione costante in direzione e modulo, applicato all'estremo libero, descrivere i passaggi che conducono alla determinazione del carico critico		
Esercizio N. 5	Valutazione	/6
Il candidato illustri le ipotesi principali alla base dell'applicazione del metodo di Galeerkin per la risoluzione di un problema strutturale quale ad esempio un problema di equilibrio statico.		
Esercizio N. 6	Valutazione	/4

Nome: _____ Cognome: _____ Data: 24/10/2020

NOTA: Il candidato puo' riportare le soluzioni dei 3 esercizi e le risposte alle 3 domande utilizzando gli spazi riservati al testo scritto all'interno della piattaforma exam.net. In alternativa puo' uplodare la scansione delle risposte scritte con un pennarello su di un foglio utilizzando la procedura con il codice a barre.

- a) NON SI POSSONO UPLODARE PIU' di 6 FOGLI.
- b) NON CI SI PUO' ASSENTARE DURANTE LO SVOLGIMENTO DEL COMPITO.
- c) QUALORA SI VERIFICASSE UNA DISCONNESSIONE DALLA PIATTAFORMA EXAM.NET PER PIU' DI 5min IL COMPITO DOVRA' ESSERE ANNULLATO.

Si consideri l'ala in figura la cui sezione trasversale S ha dimensioni $C(x)h(x)$, dove $C(x)$ rappresenta la corda alare (variabile linearmente secondo la direzione x tra il valore C_0 e il valore C_1) e $h(x)$ rappresenta l'altezza della sezione, anche essa variabile linearmente lungo la direzione x tra un valore h_0 all'estremo di sinistra e $h_0/3$ all'estremo di destra.



6a: Si determini l'espressione del momento di inerzia della sezione rispetto all'asse y supponendo che l'ala possa essere schematizzata come una trave:

6b: Indicando con w il possibile spostamento verticale della trave, conseguente all'applicazione del carico $q(x)$, scrivere l'espressione dell'energia totale del sistema: